Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko - pomorskie

Klasa I gimnazjum - ETAP REJONOWY
I spotkanie konkursowe - 19 listopada 2016 r.

Zadania przygotowawcze na II spotkanie konkursowe w dniu 21.01.2017 r.

Tematyka:
1. Obliczanie pól wielokątów.
2. Układ współrzędnych.
3. Działania na wyrażeniach algebraicznych.
4. Kąty wierzchołkowe, naprzemianległe, przyległe, odpowiadające.
5. Kąty wewnętrzne i zewnętrzne różnych wielokątów.

1. Uzupełnij kwadrat magiczny

		2a-b
-5a	-4a+3b	

2. Pięciokąt $ABCDE$ ma wierzchołki o współrzędnych: $A=(0,-5)$, $B=(11,8)$, $C=(0,7)$, $D=(-8,-4)$, $E=(-6,-8)$. Porównaj pola trójkąta ABC i czworokąta $CDEA$.

3. Punkt E należy do boku AB równoległoboku $ABCD$ i nie jest wierzchołkiem tego równoległoboku. Prosta DE przecina przekątną AC w punkcie X. Uzasadnij, że pola trójkątów AXD i EXC są równe.

4. Miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC pozostają w stosunku $10:6:4$. Dwusieczne mniejszych kątów wewnętrznych B i C przecinają się w punkcie P. Dwusieczna kąta B przecina bok AC w punkcie B_1, dwusieczna kąta C przecina bok AB w punkcie C_1. Oblicz miary wszystkich kątów wewnętrznych czworokąta AC_1PB_1.

5. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o kącie przy dłuższej podstawie α. Dwusieczne sąsiednich kątów **zewnętrznych** przecinają się w punktach K, L, M, N. Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta o wierzchołkach w punktach K, L, M, N. Jakim czworokątem jest czworokąt o wierzchołkach K,L,M,N?

6. W trójkącie ABC punkt C_1 jest środkiem boku AB, punkt A_1 środkiem boku BC, punkt X jest środkiem odcinka CC_1, punkt Y jest środkiem odcinka C_1A_1. Punkt Z należy do odcinka XA_1, przy czym $|A_1Z| = 2\cdot|ZX|$. Pole trójkąta XYZ jest równe S. Wyznacz pole trójkąta ABC.

7. Uzupełnij kwadraty magiczne

$-2,1x^2+3,4x$		
$-0,3x^2+2,8x$	$4,5x^2-2x$	

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y$		$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}$
	$-x-\frac{1}{4}y$	

8. Dla liczb a i b określamy operacje: $a \vartriangle b = a+b-4$ oraz $a\square b = 3a+4b$.

   a) Oblicz: $32 \vartriangle 8$, $(-6)\vartriangle 11$, $13\square 7$, $(-4)\square(-10)$, $(4\square 11)\vartriangle(20\square 13)$, $(-2)\square[(-3)\vartriangle(4\square 5)]$.

   b) Rozwiąż równania: $4\vartriangle x = 11$, $x\vartriangle x = 20$, $x\square 23 = 125$, $23\square x = 125$, $x\square(2x) = 70$.

   c) Wykonaj operacje na wyrażeniach algebraicznych: $(2x-3y)\vartriangle(-x+5y)$,

   $(5x+8y)\square(-3x+2y)$, $(((x\vartriangle x)\vartriangle x)\vartriangle x)\vartriangle x$, $(((x\square x)\square x)\square x)\square x$, $[(x+3y)\square x]\vartriangle(6x-y)$.

9. Trójkąt ABC jest równoramienny, przy czym $|AC|=|BC|$. Punkt D należy do ramienia BC. Kąt BAD ma miarę dwa razy mniejszą od miary kąta DAC. Wiadomo także, że odcinki AD i DC są tej samej długości. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC.

10. Punkty $A = (-1, 4)$ i $B = (-1, -2)$ są wierzchołkami równoramiennego trójkąta ABC, którego pole jest równe 18. Znajdź współrzędne punktu C. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

11. Czworokąt $ABCD$ ma kąty wewnętrzne o miarach: $|\angle A| = 90^o$, $|\angle B| = 50^o$, $|\angle C| = 90^o$. Dwusieczne sąsiednich kątów **zewnętrznych** przecinają się w punktach K, L, M, i N. Oblicz miary kątów **wewnętrznych** czworokąta $KLMN$. Jakim czworokątem jest $KLMN$?

12. Równoległobok $ABCD$ ma pole równe S. Punkt E należy do boku AB i $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{1}{3}$. Punkt F należy do boku BC i $\frac{|CF|}{|FB|} = \frac{1}{4}$. Oblicz pole trójkąta DEF.

13. Miary zewnętrznych kątów trójkąta pozostają w proporcji 4:3:2. Znajdź miarę kąta między dwusiecznymi wychodzącymi z wierzchołków mniejszych kątów wewnętrznych tego trójkąta.

14. Dane są punkty o współrzędnych (-4,-2), (3,-2) i (-1,4). Wyznacz wszystkie równoległoboki, których wierzchołki znajdują się w podanych punktach i podaj współrzędne ich wierzchołków. Który z tych równoległoboków ma największe pole?

15. Dany jest równoległobok $ABCD$. Na przekątnej AC wybrano punkt X różny od punktu przecięcia przekątnych. Przez punkt X poprowadzono prostą m równoległą do boku AB, przecinającą bok AD w punkcie M i bok BC w punkcie N, oraz prostą n równoległą do boku AD, przecinającą bok AB w punkcie P i bok DC w punkcie Q. Uzasadnij, że czworokąty $MXQD$ i $PBNX$ mają równe pola.

16. Obwód prostokąta jest równy 220. Dwusieczna jednego z kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok prostokąta w stosunku 3:4. Oblicz długości boków prostokąta oraz iloraz pól figur, na które rozcięła prostokąt wspomniana dwusieczna. Rozpatrz wszystkie przypadki.

17. W trapezie równoramiennym $ABCD$ o podstawach AB i CD mamy $|BC| = |CD| = |DA|$ i przekątna AC jest prostopadła do boku BC. Oblicz miary kątów tego trapezu.

Uwaga. Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książkach:
Liga Zadaniowa, str.69-73 (zad.1-29, 34, 36, 39, 45, 46, 48) i str.76-90; (zad.84, 101, 107, 125, 126, 128-132, 141, 160, 163, 168, 169, 172-178, 182, 183, 186-188);
Koło matematyczne w szkole podstawowej, str.145-166;
Koło matematyczne w gimnazjum, rozdziały: Kąty, Pola i obwody.